数　学　I

(全 問 必 答)

第1問 (配点　20)

〔1〕

(1)　2次方程式

$$8x^2 - 14x + 3 = 0$$

の解は

$$x = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}},\ \frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$$

である。ただし，$\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ と $\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ の解答の順序は問わない。

(2)　連立不等式

$$\begin{cases} 8x^2 - 14x + 3 < 0 \\ x^2 + 1 > (x - 3)^2 \end{cases}$$

の解は

$$\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}} < x < \frac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$$

である。

(数学I第1問は次ページに続く。)

〔2〕 方程式

$$|x+4|+|x-1|=-x^2+14 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

を考える。

(1) 次の $\boxed{ケ}$ ～ $\boxed{サ}$ に当てはまるものを，下の⓪～②のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

方程式①は

$x<-4$ の範囲では $\boxed{ケ}$。

$-4 \leqq x < 1$ の範囲では $\boxed{コ}$。

$1 \leqq x$ の範囲では $\boxed{サ}$。

⓪ 解をもたない

① 1個の解をもつ

② 2個の解をもつ

(2) 方程式①の解は

$$x=\boxed{シス},\quad \boxed{セソ}+\boxed{タ}\sqrt{\boxed{チ}}$$

である。

第2問 (配点 25)

a を定数とし，x の2次関数

$$y = x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 8a + 4 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフを G とする。

(1) グラフ G が表す放物線の頂点の座標は

$$\left(a - \boxed{\text{ア}},\ a^2 - \boxed{\text{イ}}\,a + \boxed{\text{ウ}}\right)$$

である。グラフ G が x 軸と異なる2点で交わるのは

$$\boxed{\text{エ}} - \sqrt{\boxed{\text{オ}}} < a < \boxed{\text{エ}} + \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

のときである。さらに，この二つの交点がともに x 軸の負の部分にあるのは

$$\boxed{\text{カ}} - \sqrt{\boxed{\text{キ}}} < a < \boxed{\text{ク}} - \sqrt{\boxed{\text{ケ}}}$$

のときである。

(数学Ⅰ第2問は次ページに続く。)

(2) グラフ G が表す放物線の頂点の x 座標が3以上7以下の範囲にあるとする。

このとき，a の値の範囲は

$$\boxed{\text{コ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{サ}}$$

であり，2次関数①の $3 \leqq x \leqq 7$ における最大値 M は

$\boxed{\text{コ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{シ}}$ のとき

$$M = \boxed{\text{ス}}\,a^2 - \boxed{\text{セソ}}\,a + \boxed{\text{タチ}}$$

$\boxed{\text{シ}} \leqq a \leqq \boxed{\text{サ}}$ のとき

$$M = \boxed{\text{ツ}}\,a^2 - \boxed{\text{テト}}\,a + \boxed{\text{ナニ}}$$

である。

したがって，2次関数①の $3 \leqq x \leqq 7$ における最小値が6であるならば

$$a = \boxed{\text{ヌ}} + \boxed{\text{ネ}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}$$

であり，最大値 M は

$$M = \boxed{\text{ハヒ}} - \boxed{\text{フ}}\sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

第３問　（配点　30）

$\triangle$ABC において，AB $= 4$，BC $= 5$，CA $= \sqrt{21}$ とする。

(1)　このとき，$\angle$ABC $=$ $\boxed{\text{アイ}}$ ° である。

(2)　点 D は直線 AC に関して点 B と反対側にあり，$\angle$ADC $= 120°$ であるとする。

$\triangle$ABD の面積を S_1，$\triangle$BCD の面積を S_2 とするとき

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{5}$$

であるとする。$\angle$BAD $+$ $\angle$BCD $=$ $\boxed{\text{ウエオ}}$ ° であるから

$$\mathrm{AD} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}\mathrm{CD}$$

となる。このとき

$$\mathrm{AD} = \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

であり，$\triangle$ACD の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ である。

（数学Ⅰ第３問は次ページに続く。）

(3) △ABC の外接円の中心を O とする。円 O の半径は $\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

△ABC を底面とする三角錐(すい) PABC において，PO は点 P から底面 ABC に下ろした垂線であるとする。

$$\tan\angle \mathrm{PAO} = 3$$

であるとき

$$\mathrm{PO} = \boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$$

であり，三角錐 PABC の体積は $\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}$ である。

第4問 (配点 25)

a, b を定数とし, x についての整式

$$A = x^3 + (a+1)x^2 - (5a^2-3)x + 7a - 1$$

$$B = x^2 - 2ax - a + 1$$

$$C = x + b$$

を考える。

整式 $A - BC$ を展開して x について整理するとき

x^2 の係数を p, x の係数を q, 定数項を r

とする。このとき

$$p = \boxed{\text{ア}}\,a - b + \boxed{\text{イ}}$$

である。

(数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

ここで，$p=0$ であるとする。

このとき，x の係数 q は

$$q = a^2 + \boxed{\text{ウ}}\,a + \boxed{\text{エ}}$$
$$= \left(a + \boxed{\text{オ}}\right)\left(a + \boxed{\text{カ}}\right)$$

となる。ただし，$\boxed{\text{オ}}$ と $\boxed{\text{カ}}$ の解答の順序は問わない。

また，定数項 r は

$$r = \boxed{\text{キ}}\,a^2 + \boxed{\text{ク}}\,a - \boxed{\text{ケ}}$$
$$= \left(\boxed{\text{コ}}\,a - \boxed{\text{サ}}\right)\left(a + \boxed{\text{シ}}\right)$$

となる。

さらに，$p=0$，$q=0$，$r=0$ ならば

$$a = \boxed{\text{スセ}},\quad b = \boxed{\text{ソタ}}$$

である。このとき，整式 A は

$$A = \left(x + \boxed{\text{チ}}\right)\left(x + \boxed{\text{ツ}}\right)\left(x - \boxed{\text{テ}}\right)$$

となる。ただし，$\boxed{\text{チ}}$ と $\boxed{\text{ツ}}$ の解答の順序は問わない。