

数学Ⅱ・数学B

問 題	選 択 方 法
第1問	必 答
第2問	必 答
第3問	} いずれか2問を選択し、 解答しなさい。
第4問	
第5問	
第6問	

数学Ⅱ・数学B

第1問 (必答問題) (配点 30)

(1) 不等式

$$\sin 2x > \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \frac{1}{2}$$

を満たす x の範囲を求めよう。ただし、 $0 \leq x < 2\pi$ とする。

$a = \sin x$, $b = \cos x$ とおくと、与えられた不等式は

$$\boxed{\text{ア}} ab + \boxed{\text{イ}} a - \boxed{\text{ウ}} b - 1 > 0$$

となる。左辺の因数分解を利用して x の範囲を求めると

$$\frac{\pi}{\boxed{\text{エ}}} < x < \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \pi \quad \text{または} \quad \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} \pi < x < \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} \pi$$

である。

(数学Ⅱ・数学B第1問は18ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

(2) 不等式

$$2 + \log_{\sqrt{y}} 3 < \log_y 81 + 2 \log_y \left(1 - \frac{x}{2}\right)$$

の表す領域を求めよう。

y と \sqrt{y} は対数の底であるから $y > \boxed{\text{サ}}$, $y \neq \boxed{\text{シ}}$ である。真数は正であるから $x < \boxed{\text{ス}}$ である。ただし、対数 $\log_a b$ に対し、 a を底といい、 b を真数という。

また

$$\log_{\sqrt{y}} 3 = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\log_3 y}, \quad \log_y 81 = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\log_3 y}$$

であるから、与えられた不等式は

$$1 < \frac{\boxed{\text{タ}}}{\log_3 y} + \frac{\log_3 \left(1 - \frac{x}{2}\right)}{\log_3 y}$$

となる。よって

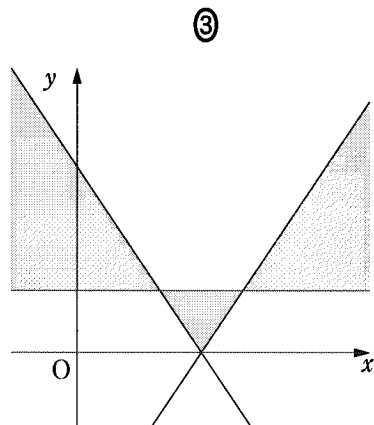
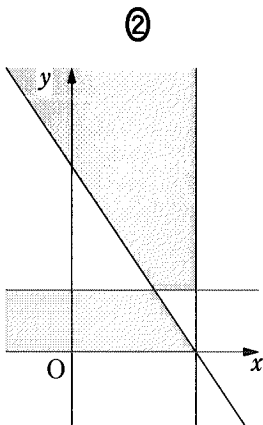
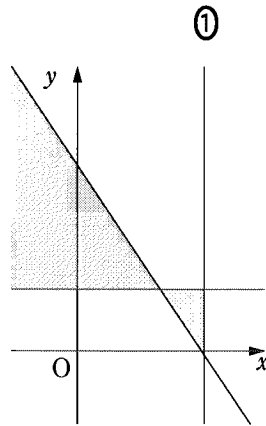
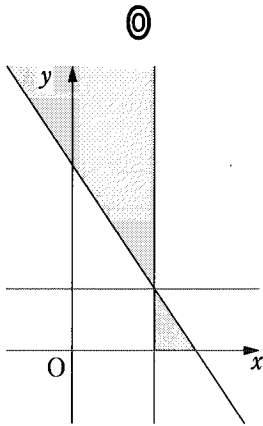
$$y > \boxed{\text{チ}} \quad \text{のとき, } \log_3 y < \log_3 \left\{ \boxed{\text{ツ}} \left(1 - \frac{x}{2}\right) \right\}$$

$$\boxed{\text{テ}} < y < \boxed{\text{チ}} \quad \text{のとき, } \log_3 y > \log_3 \left\{ \boxed{\text{ツ}} \left(1 - \frac{x}{2}\right) \right\}$$

となる。

(数学Ⅱ・数学B第1問は次ページに続く。)

求める領域を図示すると、次の図 ト の影をつけた部分となる。ただし、境界(境界線)は含まない。 ト に当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ選べ。



数学Ⅱ・数学B

第2問 (必答問題) (配点 30)

$a > 0$ として、 x の関数 $f(x)$ と $g(x)$ を

$$f(x) = x^3 - x$$

$$g(x) = f(x - a) + 2a$$

とする。

(1) 二つの関数の差 $g(x) - f(x)$ は

$$g(x) - f(x) = a \left(\boxed{\text{アイ}} x^2 + \boxed{\text{ウ}} ax - a^2 + \boxed{\text{エ}} \right)$$

と表され、 x の方程式 $g(x) - f(x) = 0$ が異なる二つの実数解をもつような a の範囲は

$$0 < a < \boxed{\text{オ}} \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

また、 $g(x) - f(x)$ は $x = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のとき、最大値

$$\frac{a}{\boxed{\text{ケ}}} \left(\boxed{\text{コサ}} - a \boxed{\text{シ}} \right)$$

をとる。

(数学Ⅱ・数学B第2問は次ページに続く。)

(2) (1)で得られた最大値を

$$h(a) = \frac{a}{\boxed{\text{ケ}}} \left(\boxed{\text{コサ}} - a^{\boxed{\text{シ}}} \right)$$

と表す。 $h(a)$ を a の関数と考えるとき、 $h(a)$ は $a = \boxed{\text{ス}}$ で最大値
 $\boxed{\text{セ}}$ をとる。

(3) $a = \sqrt{3}$ のとき、曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ の二つの交点 P, Q の座標は

$$P \left(\boxed{\text{ソ}}, 0 \right), \quad Q \left(\sqrt{\boxed{\text{タ}}}, \boxed{\text{チ}} \sqrt{\boxed{\text{ツ}}} \right)$$

であり、二つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれた部分の面積 S は

$$S = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$$

である。

さらに、交点 $P \left(\boxed{\text{ソ}}, 0 \right)$ における曲線 $y = f(x)$ の接線と曲線 $y = g(x)$ の接線がなす角を $\theta \left(0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \right)$ とすると

$$\tan \theta = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。

数学Ⅱ・数学B

第3問 (選択問題) (配点 20)

三つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ がある。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ は、初項が -27 で、漸化式

$$a_{n+1} = 3a_n + 60 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を満たすとする。このとき

$$a_n = \boxed{\text{ア}}^n - \boxed{\text{イウ}}$$

である。数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n は

$$S_n = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}} \left(\boxed{\text{カ}}^n - \boxed{\text{キ}} \right) - \boxed{\text{イウ}} n$$

である。また、 $S_n > 0$ となる最小の自然数 n は $\boxed{\text{ク}}$ である。

- (2) 第 n 項が $2b_n + c_n$ で与えられる数列 $\{2b_n + c_n\}$ は、初項が 0 で公差が d の等差数列になり、第 n 項が $b_n - 2c_n$ で与えられる数列 $\{b_n - 2c_n\}$ は、初項が x で公比が r の等比数列になるとする。このとき $b_n + c_n$ は

$$b_n + c_n = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} d(n-1) - \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} x r^{n-1}$$

と表される。

(数学Ⅱ・数学B第3問は次ページに続く。)

- (3) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ は (1), (2) を満たすとする。さらに, 第 n 項が $b_n + c_n$ で与えられる数列 $\{b_n + c_n\}$ の階差数列は, 数列 $\{a_n\}$ であるとする。このとき

$$a_n = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} d + \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} x(1-r)r^{n-1}$$

であるから, (1) より

$$r = \boxed{\text{ス}}, \quad x = \frac{\boxed{\text{セソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}, \quad d = \boxed{\text{ツテト}}$$

である。したがって, 数列 $\{b_n\}$, $\{c_n\}$ の第 n 項は, それぞれ

$$b_n = -\frac{\boxed{\text{ナ}}^n}{\boxed{\text{ニ}}} - \boxed{\text{ヌネ}}(n-1)$$

$$c_n = \boxed{\text{ノ}}^n - \boxed{\text{ハヒ}}(n-1)$$

である。

数学Ⅱ・数学B

第4問 (選択問題) (配点 20)

点Oを原点とする座標空間に4点A(1, 0, 0), B(0, 1, 1), C(1, 0, 1), D(-2, -1, -2)がある。 $0 < a < 1$ とし、線分ABを $a : (1 - a)$ に内分する点をE、線分CDを $a : (1 - a)$ に内分する点をFとする。

(1) \vec{EF} は a を用いて

$$\vec{EF} = \left(\boxed{\text{アイ}} a, \boxed{\text{ウエ}} a, \boxed{\text{オ}} - \boxed{\text{カ}} a \right)$$

と表される。さらに、 \vec{EF} が \vec{AB} に垂直であるのは $a = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ のときである。

(2) $a = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ とする。 $0 < b < 1$ として、線分EFを $b : (1 - b)$ に内分する点をGとすると、 \vec{OG} は b を用いて

$$\vec{OG} = \left(\frac{\boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{コ}} b}{\boxed{\text{サ}}}, \frac{\boxed{\text{シ}} - \boxed{\text{ス}} b}{\boxed{\text{サ}}}, \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{サ}}} \right)$$

と表される。

(数学Ⅱ・数学B第4問は次ページに続く。)

(3) (2)において、直線 OG と直線 BC が交わるときの b の値と、その交点 H の座標を求めよう。

点 H は直線 BC 上にあるから、実数 s を用いて $\overrightarrow{BH} = s\overrightarrow{BC}$ と表される。また、ベクトル \overrightarrow{OH} は実数 t を用いて $\overrightarrow{OH} = t\overrightarrow{OG}$ と表される。よって

$$b = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}, s = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}, t = \boxed{\text{テ}}$$

である。したがって、点 H の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}, \frac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ナ}}}, \boxed{\text{ネ}} \right)$$

である。また、点 H は線分 BC を $\boxed{\text{ノ}}$: 1 に外分する。

数学Ⅱ・数学B

第5問 (選択問題) (配点 20)

次の表は、P高校のあるクラス20人について、数学と国語のテストの得点をまとめたものである。数学の得点を変数 x 、国語の得点を変数 y で表し、 x 、 y の平均値をそれぞれ \bar{x} 、 \bar{y} で表す。ただし、表の数値はすべて正確な値であり、四捨五入されていないものとする。

生徒番号	x	y	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$	$y - \bar{y}$	$(y - \bar{y})^2$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$
1	62	63	3.0	9.0	2.0	4.0	6.0
2	56	63	-3.0	9.0	2.0	4.0	-6.0
3	58	58	-1.0	1.0	-3.0	9.0	3.0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
18	54	62	-5.0	25.0	1.0	1.0	-5.0
19	58	60	-1.0	1.0	-1.0	1.0	1.0
20	57	63	-2.0	4.0	2.0	4.0	-4.0
合計	A	1220	0.0	1544.0	0.0	516.0	-748.0
平均	B	61.0	0.0	77.2	0.0	25.8	-37.4
中央値	57.5	62.0	-1.5	30.5	1.0	9.0	-14.0

以下、小数の形で解答する場合は、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入し、解答せよ。途中で割り切れた場合は、指定された桁まで◎にマークすること。

- (1) 生徒番号1の生徒の $x - \bar{x}$ の値が3.0であることに着目すると、表中の**B**の値は **アイ**、**ウ** であり、**A**の値は **エオカキ** である。
- (2) 変数 x の分散は **クケ**、**コ** である。

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

- (3) $z = x + y$ とおくと、この場合の変量 z の平均値 \bar{z} は . である。また、変量 z の分散は

$$(z - \bar{z})^2 = (x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2 + 2(x - \bar{x})(y - \bar{y})$$

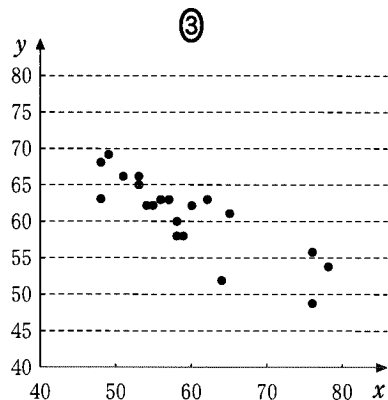
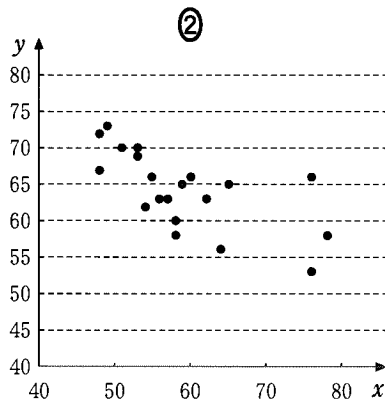
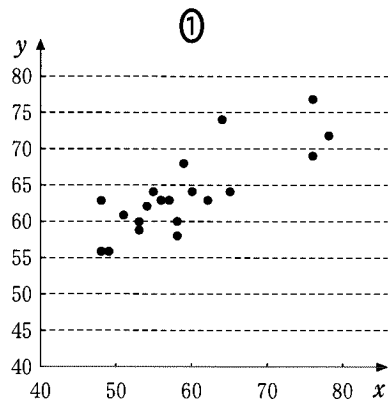
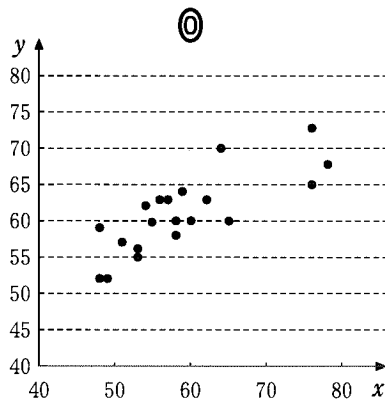
の平均であるから

$$(z \text{ の分散}) \quad \text{ソ} \quad \{(x \text{ の分散}) + (y \text{ の分散})\}$$

が成り立つ。ただし、 については、当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

$$\text{①} > \quad \text{②} = \quad \text{③} <$$

- (4) 変量 x と変量 y の相関図(散布図)として適切なものは、相関関係、平均値、中央値に注意すると、 である。ただし、相関図(散布図)中の点は、度数1を表す。 に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。



(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

さらに、P高校の20人の数学の得点とQ高校のあるクラス25人の数学の得点を比較するために、それぞれの度数分布表を作ったところ、次のようになった。

階 級	P 高校	Q 高校
以上 以下 35 ~ 39	0	5
40 ~ 44	0	5
45 ~ 49	3	0
50 ~ 54	4	0
55 ~ 59	6	0
60 ~ 64	3	10
65 ~ 69	1	2
70 ~ 74	0	2
75 ~ 79	3	1
計	20	25

(5) 二つの高校の得点の中央値については、。に当てはまるものを、次の①~③のうちから一つ選べ。

- ① P高校の方が大きい
- ② Q高校の方が大きい
- ③ P高校とQ高校で等しい
- ④ 与えられた情報からはその大小を判定できない

(数学Ⅱ・数学B第5問は次ページに続く。)

(6) 度数分布表からわかるQ高校の得点の平均値のとり得る範囲は . 以上 . 以下である。また、(1)よりP高校の得点の平均値は . であるから、二つの高校の得点の平均値については、。ただし、 については、当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- ① P高校の方が大きい
- ② Q高校の方が大きい
- ③ P高校とQ高校で等しい
- ④ 与えられた情報からはその大小を判定できない

(7) 次の記述のうち、誤っているものは である。 に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- ① 40点未満の生徒の割合は、Q高校の方が大きい。
- ② 54点以下の生徒の割合は、Q高校の方が大きい。
- ③ 65点以上の生徒の割合は、Q高校の方が大きい。
- ④ 70点以上の生徒の割合は、P高校の方が大きい。

数学Ⅱ・数学B

第6問 (選択問題) (配点 20)

二分法を用いて5の3乗根の近似値を計算するために、次の〔プログラム1〕を作った。

〔プログラム1〕

```
100 LET A=0
110 LET B=2
120 INPUT N
130 FOR I=1 TO N
140   LET C=(A+B)/2
150   LET D=C*C*C-5
160   IF D<0 THEN LET A=C
170   IF D>=0 THEN LET B=C
180 NEXT I
190 PRINT A
200 PRINT B
210 END
```

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

以下、小数の形で解答する場合は、指定された桁^{けた}数の一つ下の桁を四捨五入し、解答せよ。途中で割り切れた場合は、指定された桁まで○にマークすること。

- (1) 変数 N に 3 を入力したとき、出力される変数 A の値は . であり、変数 B の値は . である。
- (2) 変数 N に 5 を入力したとき、出力される変数 A と変数 B の値の差 $B-A$ は . である。
- (3) 出力される変数 A と変数 B の値の差 $B-A$ が 0.001 以下になるようにしたい。変数 N に入力すべき整数のうち、最小のものは である。

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

数学Ⅱ・数学B

- (4) 2次方程式 $x^2 - 2x - 4 = 0$ の大きい方の解の近似値を求めるために、
〔プログラム1〕の150行を

150 LET D=C*C-2*C-4

のように変更し、さらに100行と110行を **セ** のように変更した〔プログラム2〕を作った。**セ** に当てはまるものを、次の①～④のうちから一つ
選べ。

① $\begin{cases} 100 \text{ LET A}=0 \\ 110 \text{ LET B}=1 \end{cases}$

② $\begin{cases} 100 \text{ LET A}=2 \\ 110 \text{ LET B}=3 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 100 \text{ LET A}=1 \\ 110 \text{ LET B}=2 \end{cases}$

④ $\begin{cases} 100 \text{ LET A}=3 \\ 110 \text{ LET B}=4 \end{cases}$

(数学Ⅱ・数学B第6問は次ページに続く。)

- (5) (4)の〔プログラム2〕を変更して、2次方程式 $x^2 - 2x - 4 = 0$ の小さい方の解の近似値を求める。まず、〔プログラム2〕の100行と110行を

100 LET A=-2

110 LET B=-1

のように変更し、さらに150行から170行に変更を加えることを考える。次の変更のうち、Nに入力する値を大きくしてもA、Bの値が解に近づかないものは である。 に当てはまるものを、次の①～③のうちから一つ選べ。

- ① { 150 LET D=C*C-2*C-4
160 IF D<0 THEN LET B=C
170 IF D>=0 THEN LET A=C
- ② { 150 LET D=C*C-2*C-4
160 IF D>0 THEN LET A=C
170 IF D<=0 THEN LET B=C
- ③ { 150 LET D=(C*C-2*C-4)*(B*B-2*B-4)
160 IF D<0 THEN LET A=C
170 IF D>=0 THEN LET B=C
- ④ { 150 LET D=(C*C-2*C-4)*(A*A-2*A-4)
160 IF D<0 THEN LET A=C
170 IF D>=0 THEN LET B=C

問題と解答は、独立行政法人 大学入試センターホームページより転載しています。
ただし、著作権上の都合により、一部の問題・画像を省略しています。

日本一の学校情報



<http://www.js88.com>

インターネット塾・予備校情報サイト



<http://jyuku.js88.com>