数　学　I

（全　問　必　答）

第１問　（配点　25）

〔１〕　連立方程式

$$\begin{cases} x - 2y = -1 \\ 2x - 5y = -\sqrt{6} \end{cases}$$

の解は

$$x = \boxed{\text{アイ}} + \boxed{\text{ウ}}\sqrt{6},\quad y = \boxed{\text{エオ}} + \sqrt{6}$$

である。x，y がこの値のとき

$$\frac{2 - |x|}{|y|} = \frac{\boxed{\text{カ}} + \sqrt{6}}{\boxed{\text{キ}}}$$

であるから，$m \leqq \dfrac{2 - |x|}{|y|} < m + 1$ を満たす整数 m は $\boxed{\text{ク}}$ である。

（数学Ｉ第１問は次ページに続く。）

〔2〕 長方形ABCDにおいて，AB = CD = 8，BC = DA = 12とする。辺AB上に点P，辺BC上に点Q，辺CD上に点Rを

$$AP = BQ = CR$$

となるようにとり，AP = xとおく（$0 < x < 8$）。このとき，台形PBCRの面積は $\boxed{\text{ケコ}}$ である。また，△PQRの面積Sは

$$S = x^2 - \boxed{\text{サシ}}\,x + \boxed{\text{スセ}}$$

である。$S < 24$となるxの範囲は

$$\boxed{\text{ソ}} < x < \boxed{\text{タ}}$$

である。

数学Ⅰ

第2問 (配点 25)

a, b を定数とし, $a \neq 0$ とする。2次関数

$$y = ax^2 - bx - a + b \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフが点$(-2, 6)$を通るとする。

このとき

$$b = -a + \boxed{\text{ア}}$$

であり, グラフの頂点の座標を a を用いて表すと

$$\left(\frac{-a + \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}\,a},\ \frac{-\left(\boxed{\text{エ}}\,a - \boxed{\text{オ}}\right)^2}{\boxed{\text{カ}}\,a} \right)$$

である。

(数学Ⅰ第2問は次ページに続く。)

さらに，２次関数①のグラフの頂点の y 座標が -2 であるとする。

このとき，a は

$$\boxed{\text{キ}}\,a^2-\boxed{\text{クケ}}\,a+\boxed{\text{コ}}=0$$

を満たす。これより，a の値は

$$a=\boxed{\text{サ}},\ \frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

以下，$a=\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ であるとする。

このとき，２次関数①のグラフの頂点の x 座標は $\boxed{\text{セ}}$ であり，

①のグラフと x 軸の２交点の x 座標は $\boxed{\text{ソ}}$，$\boxed{\text{タ}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{ソ}}$ と $\boxed{\text{タ}}$ は解答の順序を問わない。

また，関数①は $0\leqq x\leqq 9$ において

$x=\boxed{\text{チ}}$ のとき，最小値 $\boxed{\text{ツテ}}$ をとり

$x=\boxed{\text{ト}}$ のとき，最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ をとる。

第3問 （配点　30）

$\triangle$ABC において，$AB = 7$，$BC = 4\sqrt{2}$，$\angle ABC = 45°$ とする。
また，$\triangle$ABC の外接円の中心を O とする。

このとき，$CA = \boxed{\text{ア}}$ であり，外接円 O の半径は $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}$ である。

下の $\boxed{\text{オ}}$ には，次の⓪～③のうちから当てはまるものを一つ選べ。

⓪ AC　　① AD　　② BC　　③ BD

外接円 O の点 A を含まない弧 BC 上に点 D を$\triangle$ABD と$\triangle$CBD の面積比が 7：2 であるようにとる。このとき，$\angle BAD = \angle BCD$ であるから，$\triangle$ABD と$\triangle$CBD の面積比は

$$AB \cdot AD \text{ と } \boxed{\text{オ}} \cdot CD$$

の比に等しい。

（数学Ⅰ第3問は次ページに続く。）

このことより

$$\mathrm{AD} = \boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}\,\mathrm{CD}$$

である。また，△ADC において∠ADC ＝ $\boxed{\text{クケ}}$° であるから

$$\mathrm{CD} = \sqrt{\boxed{\text{コ}}},\quad \mathrm{AD} = \boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シス}}}$$

である。

点 C から辺 AD に下ろした垂線を CH とすると

$$\mathrm{CH} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{セソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

であり，△ADC を直線 AD を軸として 1 回転してできる立体の体積は

$$\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}\sqrt{\boxed{\text{テト}}}\,\pi$$

である。

第4問 (配点 20)

$P = x(x+3)(2x-3)$ とする。また，a を定数とする。

(1) $x = a + 1$ のときの P の値は

$$2a^3 + \boxed{\text{ア}}\,a^2 + \boxed{\text{イ}}\,a - \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(2) $x = a + 1$ のときの P の値と，$x = a$ のときの P の値が等しいとする。このとき，a は

$$3a^2 + \boxed{\text{エ}}\,a - \boxed{\text{オ}} = 0$$

を満たす。したがって

$$a = \frac{\boxed{\text{カキ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

である。

(数学 I 第4問は次ページに続く。)

とくに

$$x = \frac{\boxed{\text{カキ}} - \sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}} + 1$$

のときの P の値と

$$x = \frac{\boxed{\text{カキ}} - \sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$$

のときの P の値は等しく，その値は

$$\boxed{\text{サ}} + \frac{\boxed{\text{シス}}\sqrt{\boxed{\text{セソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。