

数 学 I

(全問必答)

第1問 (配点 20)

[1]

(1) 不等式 $|2x + 1| \leq 3$ の解は $\boxed{\text{アイ}} \leq x \leq \boxed{\text{ウ}}$ である。

以下, a を自然数とする。

(2) 不等式

$$|2x + 1| \leq a \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

の解は $\frac{-\boxed{\text{エ}} - a}{\boxed{\text{オ}}} \leq x \leq \frac{-\boxed{\text{エ}} + a}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(3) 不等式①を満たす整数 x の個数を N とする。 $a = 3$ のとき, $N = \boxed{\text{カ}}$ である。また, a が $4, 5, 6, \dots$ と増加するとき, N が初めて $\boxed{\text{カ}}$ より大きくなるのは, $a = \boxed{\text{キ}}$ のときである。

(数学 I 第 1 問は次ページに続く。)

[2] a, b を実数として, 2次方程式

$$(x - a)^2 + 4(x - a) + b = 0$$

を考える。

下の , には次の①~⑤のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし, 同じものを繰り返し選んでもよい。

① $>$ ② $<$ ③ \geq ④ \leq ⑤ $=$ ⑥ \neq

この2次方程式が異なる二つの実数解をもつ条件は

$$b \quad \text{ク} \quad \text{ケ}$$

が成立することである。その二つの解を s, t とすれば

$$b = \frac{\text{コサ} - (s - t)^2}{\text{シ}}$$

である。さらに s, t がともに正となる条件は

$$a \quad \text{ス} \quad \text{セ} + \sqrt{\text{ソ} - b}$$

が成立することである。

数学 I

第 2 問 (配点 25)

a, b を定数として 2 次関数

$$y = -x^2 + (2a + 4)x + b \quad \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

について考える。関数 $\textcircled{1}$ のグラフ G の頂点の座標は

$$\left(a + \boxed{\text{ア}}, a^2 + \boxed{\text{イ}} a + b + \boxed{\text{ウ}} \right)$$

である。以下、この頂点が直線 $y = -4x - 1$ 上にあるとする。このとき、

$$b = -a^2 - \boxed{\text{エ}} a - \boxed{\text{オカ}}$$

である。

(数学 I 第 2 問は次ページに続く。)

- (1) グラフ G が x 軸と異なる 2 点で交わるような a の値の範囲は

$$a < \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。また、 G が x 軸の正の部分と負の部分の両方で交わるような a の値の範囲は

$$-\boxed{\text{コ}} - \sqrt{\boxed{\text{サ}}} < a < -\boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

- (2) 関数 ① の $0 \leq x \leq 4$ における最小値が -22 となるのは

$$a = \boxed{\text{シス}} \quad \text{または} \quad a = \boxed{\text{セ}}$$

のときである。また $a = \boxed{\text{セ}}$ のとき、関数 ① の $0 \leq x \leq 4$ における最大値は $\boxed{\text{ソタチ}}$ である。

一方、 $a = \boxed{\text{シス}}$ のときの ① のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{ツ}}$ 、 y 軸方向に

$\boxed{\text{テトナ}}$ だけ平行移動すると、 $a = \boxed{\text{セ}}$ のときのグラフと一致する。

数学 I

第 3 問 (配点 30)

$\triangle ABC$ において、 $AB = 2$ 、 $BC = \sqrt{7}$ 、 $CA = \sqrt{3}$ とする。

このとき、 $\angle BAC = \boxed{\text{アイ}}^\circ$ であるから

$$\sin \angle ABC = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}, \quad \cos \angle ABC = \frac{\boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

$\angle BAC$ の三等分線と辺 BC との交点を、点 B に近い方から順に、点 M 、 N とする。

(数学 I 第 3 問は次ページに続く。)

(1) $\triangle ABM$ において、点 M から辺 AB に垂線を引くと

$$\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} AM = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}} BM$$

であり

$$AB = \frac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}} AM + \frac{\boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}} BM$$

である。よって

$$AM = \frac{\boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \quad BM = \frac{\boxed{\text{タ}} \sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

(2) $\triangle AMN$ と $\triangle ANC$ について、 $\triangle AMN$ の面積は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}} AN$ であり、

$\triangle ANC$ の面積は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}} AN$ である。

また、 $\triangle AMC$ の面積は $\frac{\boxed{\text{ヌ}} \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ であるから、

$AN = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。

数学 I

第 4 問 (配点 25)

(1) a を正の実数とする。 $\frac{1}{4}a^2 + a + 1 = \left(\frac{1}{\boxed{\text{ア}}} a + 1 \right)^2$ であり、また

$$0 < a + 1 < \frac{1}{4}a^2 + a + 1$$

であるので

$$\sqrt{a+1} < \frac{1}{\boxed{\text{ア}}} a + 1 \quad \dots\dots\dots \text{①}$$

となる。

(2) 2次不等式 $\left(\frac{12}{25}a + 1 \right)^2 < a + 1$ を解くと、

$$0 < a < \frac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エオカ}}} \text{ となる。よって、 } 0 < a < \frac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エオカ}}} \text{ のとき}$$

$$\frac{12}{25}a + 1 < \sqrt{a+1} \quad \dots\dots\dots \text{②}$$

が成り立つ。

(数学 I 第 4 問は次ページに続く。)

(3) (1)と(2)の結果を用いて、 $\sqrt{17}$ のおよその値を求める。

$$\frac{\sqrt{17}}{4} = \sqrt{\frac{1}{\boxed{\text{キク}}} + 1} \text{ である。 } a = \frac{1}{\boxed{\text{キク}}} \text{ を ① に代入すると}$$

$$\frac{\sqrt{17}}{4} < \frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サシ}}} \text{ となり、 ② に代入すると } \frac{\boxed{\text{スセソ}}}{\boxed{\text{タチツ}}} < \frac{\sqrt{17}}{4} \text{ となる。}$$

したがって

$$\frac{m}{200} < \sqrt{17} < \frac{m+1}{200} \quad \dots\dots\dots \text{③}$$

を満たす自然数 m は $\boxed{\text{テトナ}}$ である。③より $\sqrt{17}$ の小数第3位を四捨五入すると、4. $\boxed{\text{ニヌ}}$ となる。

問題と解答は、独立行政法人 大学入試センターホームページより転載しています。
ただし、著作権上の都合により、一部の問題・画像を省略しています。

日本一の学校情報



<http://www.js88.com>

インターネット塾・予備校情報サイト



<http://jyuku.js88.com>